

Laurea Triennale in Informatica
Analisi Matematica

Nome e Cognome _____ Matricola n° _____

Disclaimer: autorizzo la pubblicazione dei risultati dell'esame sul sito del docente.

Firma _____

Esercizio 1. Studiare la seguente funzione

$$f(x) = e^{-\frac{1}{|x|}} (|x+1| + x),$$

indicando: dominio, andamenti asintotici, punti di non derivabilità (specificando il tipo, se esistono), monotonia e punti di max/min locale. Disegnare un grafico approssimativo della funzione. Inoltre, calcolare la retta tangente al grafico di f nel punto $(3, f(3))$.

Esercizio 2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\cos(x^2) - 1 + x^4)^2 - x(x+8)}{\ln(1 + 10x^9 \ln(x)) + \arctan\left(ex^8 - e^{\left(-\frac{3}{x^2}\right)}\right)}.$$

Esercizio 3. Discutere la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n! + n}{\ln(n)n! + n^2}.$$

Esercizio 4. Data la seguente equazione differenziale

$$y'(x) = y^2(x) \frac{x-2}{x-1},$$

- 4.a) dopo aver specificato il suo dominio, determinate i suoi integrali singolari;
 4.b) calcolate la soluzione del problema di Cauchy y_C , con dato iniziale $y_C(2) = -2$;
 4.c) calcolare i limiti per $x \rightarrow 1^+$ e $x \rightarrow +\infty$ di y_C calcolata nel punto 4.b);
 4.d) dire, motivando opportunamente, se esistono reali i valori degli integrali $\int_1^{+\infty} y_C(x) dx$ e $\int_1^2 y_C(x) dx$, sempre per y_C del punto 4.b).

Esercizio 5. Calcolare le soluzioni della seguente equazione per $z \in \mathbb{C}$

$$(z(2\bar{z})^3 - 2i)(\bar{z} - z^2 + 1) = 0.$$